3- $I_{(p,n)} = \int_0^1 x^p (1-x)^n dx$

On pose : $U'(x) = x^p \Rightarrow U(x) = \frac{1}{p+1} x^{p+1}$

$V(x) = (1-x)^n \Rightarrow V'(x) = -n(1-x)^{n-1}$

D'où $I_{(p,n)} = \left[-\frac{1}{p+1} x^{p+1} (1-x)^n \right]_0^1 + \frac{n}{p+1} \int_0^1 x^{p+1} (1-x)^{n-1} dx$

$I_{(p,n)} = \frac{n}{p+1} \int_0^1 x^{p+1} (1-x)^{n-1} dx = \frac{n}{p+1} I_{(p+1,n-1)}$

4-d'après 3.

$I_{(p,n)} = \frac{n}{p+1} I_{p+1,n-1}$

$I_{p+1,n-1} = \frac{n-1}{p+2} I_{p+2,n-2}$

.

.

.

$I_{p+(n-1),1} = \frac{1}{p+n} I_{p+n,0}$

$I_{p+n,0} = \frac{1}{p+n+1}$

On multiplie membre à membre on obtient

$I_{(p,n)} = \frac{n!}{(p+n)(p+n-1)...(p+1)} \cdot \frac{1}{(p+n+1)} = \frac{n!\, p!}{(p+n+1)!}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn